

# Appunti sui polinomi<sup>1</sup>

prof. Enrico Centenaro<sup>2</sup>

EQUAZIONE DI  
SECONDO GRADO

$$\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$$

$a, b$ : COEFFICIENTI  
 $c$ : TERMINE NOTO

**Equazione ridotta a forma normale:** quando si ha una equazione, la prima cosa da fare è la “semplicazione” delle espressioni. A questo punto si può calcolare il grado della equazione. Questi appunti trattano il caso in cui l’equazione sia appunto di secondo grado. Certamente  $a \neq 0$  dato che l’equazione ha grado due, mentre può essere che gli altri coefficienti siano nulli. Si hanno i seguenti casi:

- se  $a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$  allora l’equazione si chiama *completa*
- se  $a \neq 0, b \neq 0, c = 0$  allora l’equazione si chiama *spuria*
- se  $a \neq 0, b = 0, c \neq 0$  allora l’equazione si chiama *pura*

*Esempio:*  $3x^2 + 4x + 1 = 0$  è una equazione completa,  $3x^2 + 4x = 0$  è spuria e  $3x^2 + 1 = 0$  è pura.

**Risolvere una equazione:** allo stesso modo delle equazioni di primo grado, risolvere una equazione di secondo grado significa trovare il o i termini che sostituiti alla incognita soddisfano l’equazione.

*Esempio:*  $x^2 - 3x + 2 = 0$  ha come soluzioni i numeri 1 e 2, infatti  $1^2 - 3 \times 1 + 2 = 0$  e  $2^2 - 3 \times 2 + 2 = 0$ .

**Metodi di calcolo:** Suddividiamo fra i tre casi:

- **Equazione spuria.**

$$ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \text{ e } x_2 = -\frac{b}{a}$$

Ammette sempre due soluzioni di cui una nulla.

- **Equazione pura.**

$$ax^2 + c = 0 \Rightarrow x^2 = -\frac{c}{a}$$

se  $x^2 = -\frac{c}{a} > 0 \Rightarrow x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$  e  $x_2 = +\sqrt{-\frac{c}{a}}$

se  $x^2 = -\frac{c}{a} < 0 \Rightarrow$  l’equazione non ammette, nel campo dei numeri reali, alcuna soluzione perché nessun numero reale elevato al quadrato dà un numero negativo.

- **Equazione completa.**

$$ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow \text{formula risolutiva} \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

la quantità  $b^2 - 4ac$  si chiama “discriminante dell’equazione e si indica con  $\Delta$  (delta)

se  $\Delta > 0 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  l’equazione ammette due soluzioni distinte.

se  $\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b}{2a}$  l’equazione ammette due soluzioni coincidenti.

se  $\Delta < 0 \Rightarrow x$  l’equazione non ammette soluzioni reali, bensì due soluzioni complesse coniugate.

- Equazione con  $b$  pari.

Se siamo in questa situazione allora è possibile utilizzare la seguente formula risolutiva:  $x_{1,2} = \frac{-b/2 \pm \sqrt{(b/2)^2 - ac}}{a}$ . La quantità  $b^2/4 - ac$  si chiama discriminante ridotto e si indica con  $\Delta/4$ .

N.B. per le equazioni letterali frazionarie, valgono tutte le regole imparate nelle equazioni di primo grado.

*Esempio:* .

**Relazione fra i coefficienti e le soluzioni:**

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}; \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

**Scomposizione di un trinomio di secondo grado:** . Un trinomio di secondo grado del tipo  $ax^2 + bx + c$  con discriminante positivo può essere scomposto nel prodotto di tre fattori, il primo dei quali è il primo coefficiente del trinomio e gli altri due sono la differenza tra la variabile  $x$  e le radici dell’equazione associata al trinomio.

$$\text{Esempio: } ax^2 + bx + c \Rightarrow a(x - x_1)(x - x_2)$$

Un trinomio di secondo grado del tipo  $ax^2 + bx + c$  con discriminante nullo può essere scomposto nel prodotto di due fattori, il primo dei quali è il primo coefficiente del trinomio e l’altro è il quadrato del binomio differenza fra la variabile  $x$  e la radice dell’equazione associata al trinomio.

$$\text{Esempio: } ax^2 + bx + c \Rightarrow a(x - x_1)^2$$

Un trinomio di secondo grado del tipo  $ax^2 + bx + c$  con discriminante negativo non può essere fattorizzato nel campo dei numeri reali.

<sup>1</sup>Tratto da: MateSup, quaderno 1, Modern School

<sup>2</sup>enrico@matematiche.org (16 Gennaio 2003)